

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم	السنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الثاني ٢٠١٤ - ٢٠١٥	اسم الطالب: <del>الاسم</del>

#### السؤال الأول:

- ليكن  $A$  جبراً فوق الحلقة التبديلية والواحدية  $R$ . والمطلوب:
- ١ - ليكن  $B$  مثالياً في  $A$ . أثبت أن كل جبر جزئي  $\bar{N}$  من جبر الخارج  $A/B$  هو من الشكل  $N/B$  حيث أن  $N$  هو جبر جزئي في  $A$  يحوي  $B$ .
- ٢ - لنفرض أن  $Der(A)$  هي مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على  $A$ . ليكن  $d_1, d_2 \in Der(A)$ . أثبت أن العلاقة  $[d_1, d_2]: A \rightarrow A$  المعرفة بالشكل الآتي:
- $$[d_1, d_2] = d_1 \cdot d_2 - d_2 \cdot d_1$$
- هي تطبيق اشتقاق على  $A$ .
- ٣ - أثبت أنه إذا كان الجبر  $A$  تجميعياً فإن  $A$  هو جبر لي.

#### السؤال الثاني:

- ليكن  $A$  جبر لي فوق الحلقة التبديلية والواحدية  $R$ . والمطلوب:
- ١ - لنفرض أن  $Der(A)$  مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على  $A$ . أثبت أن العلاقة  $\psi: A \rightarrow Der(A)$  المعرفة بالشكل الآتي: أي كان  $a \in A$  فإن  $\psi(a) = d_a$  هي تشاكل جبر.
- ٢ - أثبت أن مركز الجبر  $A$  هو مثالي مميز في  $A$ .

#### السؤال الثالث:

- ١ - ليكن  $A$  جبر لي فوق الحقل  $K$  بعده يساوي ٢. أثبت أن الجبر  $A$  قابل للحل.
- ٢ - عرف جبر لي نصف بسيط، ثم أثبت أنه لأجل أي جبر لي  $A$  فإن جبر الخارج هو  $A/J(A)$  نصف بسيط.

#### السؤال الرابع:

- عرف كلاً مما يلي:
- القة - المرفيزم الدالي - الإيزومورفيزم - الإيزومورفيزم.

انتهت الأسئلة

حصص في ١٤/٧/٢٠١٥

د. حمزة حاكمي

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم	المادة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل التكميلي ٢٠١٤ - ٢٠١٥	اسم الطالب: علي كامل الحمداني

المسألة الأولى: ليكن  $A$  جبراً فوق الحلقة التبديلية والواحدية  $R$ . والمطلوب:

- ✗ - أثبت أن كل مثالي في  $A$  هو نواة لتشاكل جبر عامر.
- ✗ - أثبت أنه إذا كان الجبر  $A$  تجميعياً فإن  $A$  هو جبر لي.
- ✗ - لنفرض أن  $B$  مجموعة جزئية وغير خالية في  $A$ . أثبت أن الشرط اللازم والكافي كي تشكل  $B$  جبراً جزئياً في  $A$  هو أن تتحقق الشروط الآتية:

١. أيًا كان  $\alpha, \beta \in R$  وأيًا كان  $a, b \in B$  فإن  $\alpha \cdot a + \beta \cdot b \in B$ .

٢. أيًا كان  $a, b \in B$  فإن  $a \cdot b \in B$ .

المسألة الثانية: ليكن  $A$  جبر لي فوق الحلقة التبديلية والواحدية  $R$ . والمطلوب:

- ✗ - أيًا كان  $a \in A$  أثبت أن العلاقة  $d_a: A \rightarrow A$  المعرفة بالشكل الآتي: أيًا كان  $x \in A$  فإن:

$$d_a(x) = [a, x]$$

هي تطبيق اشتقاق على  $A$ .

- ✗ - بفرض أن  $S$  جبر لي جزئي في  $A$ ، أثبت أن المجموعة:

$$N(S) = \{a \in A; d_a(S) \subseteq S\}$$

تشكل جبر لي جزئي في  $A$ .

- ✗ - أثبت أن المجموعة  $\text{Inn}(A) = \{d_a; a \in A\}$  تشكل مثالباً في الجبر  $\text{Der}(A)$ .

- ✗ - ليكن  $f: A \rightarrow A'$  تشاكل لجبر لي. أثبت أن:

١.  $f([A, A]) = [f(A), f(A)]$ .

- ٢. إذا كان الجبر  $A$  قابلاً للحل فإن الجبر الجزئي  $\text{Im}(f)$  يكون قابلاً للحل أيضاً.

المسألة الثالثة:

- ✗ - أثبت أن كل جبر لي عديم القوى يكون قابلاً للحل.

- ✗ - ليكن  $A$  جبر لي فوق الحقل  $K$  بعده يساوي ٢. أثبت أن الجبر  $A$  ليس عديم القوى.

المسألة الرابعة: ليكن  $f: A \rightarrow A$  تطبيق اشتقاق على جبر لي  $A$  كلاً مما يلي:

- ✗ - الفئة - المرفيزم الدالي - المونومورفيزم - الدالي المباشر.

انتهت الأمثلة

د. حمزة حاكمي

حتمس في ٢٥ / ٨ / ٢٠١٥



٤٥

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم	السنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الأول ٢٠١٤ - ٢٠١٥	اسم الطالب:

#### السؤال الأول:

- ليكن  $A$  جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية  $R$ . والمطلوب:
- ١ - أثبت أن كل مثالي في  $A$  هو نواة لتشاكل جبر فوق  $R$ .
  - ٢ - أثبت أنه إذا كان  $a \in A$  فإن العلاقة  $d_a: A \rightarrow A$  المعرفة بالشكل الآتي: لأي  $x \in A$  فإن  $d_a(x) = ax - xa$  هي تطبيق اشتقاق على  $A$ .
  - ٣ - أثبت أنه إذا كان الجبر  $A$  تجميعياً فإن  $A$  هو جبر لي.

#### السؤال الثاني:

- ليكن  $A$  جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية  $R$ . والمطلوب:
- ١ - لنفرض أن  $Der(A)$  مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على  $A$  و  $Inn(A)$  مجموعة تطبيقات الاشتقاق الداخلية على  $A$ . أثبت أن المجموعة  $Inn(A)$  تشكل مثالياً في  $Der(A)$ .
  - ٢ - ليكن  $I, J$  مثاليين مميزين في  $A$ . أثبت أن  $[I, J]$  هو مثالي مميز في  $A$ .
  - ٣ - لنفرض أن  $S$  جبر جزئي في  $A$ . أثبت أن المجموعة  $N(S) = \{x \in A; d_x(S) \subseteq S\}$  تشكل جبر لي جزئي في  $A$ .

#### السؤال الثالث:

- ١ - ليكن  $A$  جبر لي فوق الحقل  $K$  بعدد يساوي 2. أثبت أن الجبر  $A$  ليس عديم القوى.
- ٢ - ليكن  $A$  جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية  $R$ . أثبت أن الشرط اللازم والكافي كي يكون الجبر  $A$  نصف بسيط هو أن لا يوجد في  $A$  مثاليات متغايرة للصفر قابلة للحل.

#### السؤال الرابع:

- عرف كلاً مما يلي:
- ١ - الدالي المباشر - المرفيزم الدالي - المونومورفيزم - الأيزومورفيزم.

انتهت الأسئلة

حجم في ٢٠١٥ / ٢ / ٩

د. حمزة حاكمي